

3 (Sem-2/CBCS) ECO HC 2

2022

ECONOMICS

Paper : ECO-HC-2026

(Mathematical Methods in Economics—II)

(Honours Core)

Full Marks : 80

Time : 3 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions

1. Answer the following as directed (any ten) :

1×10=10

তলত দিয়াসমূহৰ নিৰ্দেশ অনুযায়ী উত্তৰ দিয়া (যি কোনো দহটা) :

(a) Write a unit matrix of order 3×3 .

3×3 ক্ৰমৰ এটা একক মৌলিক লিখা।

(b) If the two rows (or columns) of a determinant are identical, the value of the determinant will be _____ (zero/one).

(Fill in the blank)

যদি এটা নিৰ্ধাৰকৰ দুটা শাৰী (বা স্তম্ভ) একে হয়, তেন্তে নিৰ্ধাৰকটোৰ মান হ'ব _____ (শূন্য/এক)।

(খালী ঠাই পূৰণ কৰা)

22A/1098

(Turn Over)



(2)

- (c) All differentiable functions are continuous, but not all continuous functions are differentiable.

(Write True or False)

সকলো অৱকলনীয় ফলনেই অবিচ্ছিন্ন হয়, কিন্তু সকলো অবিচ্ছিন্ন ফলনেই অৱকলনীয় নহয়।

(সত্য নে অসত্য লিখা)

- (d) Is $(AB)' = B'A'$ correct?

$(AB)' = B'A'$ শুদ্ধ হয়নে?

- (e) Every homogeneous function is homothetic, but all homothetic functions may not be homogeneous.

(Write True or False)

প্রত্যেক সমুদ্র ফলনেই সমকোণ হয়, কিন্তু সমকোণ সমুদ্র ফলনেই সমুদ্র ফলন নাহ'বও পাৱে।

(সত্য নে অসত্য লিখা)

- (f) Define idempotent matrix.

বর্গসম মৌলিককক্ষৰ সংজ্ঞা দিয়া।

- (g) Having an objective function with two explanatory variables and one equality constraint, the order of the second-order bordered Hessian determinant will be

(3)

এটা অবিভাষণ ফলনসহ দুটা সমতুল্য চক্ৰৰ আৰু সমান প্রতিবন্ধকৰ বৰ্গা সীমাবদ্ধ 'অভিযান' নিৰ্ধাৰকৰ দ্বিতীয় কক্ষ হ'ব

- (i) 2×2
(ii) 3×3
(iii) 4×4
(iv) 2×3

(Choose the correct answer)

(শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা)

- (h) What is the rank of a null matrix?

এটা শূন্য মৌলিককক্ষৰ অৱস্থিতি কি হ'ব?

- (i) Is $x^2 + y^2 = 1$ an implicit function?

$x^2 + y^2 = 1$ এটা অস্তিত্বিত কল্পন হয়নে?

- (j) If I is a unit matrix, then SI will be

বাৰি I এটা একক মৌলিককক্ষ হয়, তেন্তে SI হ'ব

- (i) a triangular matrix / এটা ত্ৰিভুজীয় মৌলিককক্ষ

(ii) a unit matrix / এটা একক মৌলিককক্ষ

(iii) a scalar matrix / এটা অধিশ মৌলিককক্ষ

(iv) a vector / এটা সাদিশ বাশি

(Choose the correct answer)

(শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা)

(Turn Over)

22A/1098

(Continued)

22A/1098

(4)

(k) What is the trace of the matrix $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$?

$\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ মৌলিকসংখ্যার অনুৰেখ কি হ'ব?

(l) The solution of a differential equation of first-order consists of

প্ৰথম-ক্রমৰ এটা অৱকলনীয়া সমীকৰণৰ সমাধানত থাকে

(i) complementary solution / পৰিপূৰক সমাধান

(ii) particular solution / বিশেষ সমাধান

(iii) Both (i) and (ii) / (i) আৰু (ii) দুয়োটা

(iv) trial solution / পৰীক্ষণ সমাধান

(Choose the correct answer)

(শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা)

(m) Define saddle point.

পৰ্যায় বিন্দুৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(n) Difference equation is used in discrete/continuous time analysis.

বিভিন্ন/অবিভিন্ন সময় বিশ্লেষণত ভেদ সমীকৰণ ব্যৱহৃত হয়।

(Choose the correct option)

(শুদ্ধ বিকল্পটো বাছি উলিওৱা)

(o) Cobweb model is very appropriate for

নকৰাজাল আৰ্হিটো বেছি অৰ্থবহু হয়

(i) agricultural products
কৃষিজাত দ্ৰব্যৰ বাবে

(Continued)

22A/1098

(5)

(ii) industrial products

ঔদ্যোগিক দ্ৰব্যৰ বাবে

(iii) Both (i) and (ii)

(i) আৰু (ii) দুয়োটা

(iv) service

সেৱা সামগ্ৰীৰ বাবে

(Choose the correct answer)

(শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা)

2. Answer the following questions (any five) : $2 \times 5 = 10$

তলত দিয়া প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া (যি কোনো পাঁচটা) :

(a) Give an example of a diagonal matrix.

এটা বিকৰ্ণ মৌলিকসংখ্যকৰ উদাহৰণ দিয়া।

(b) Prove that for any scalar λ

$$\lambda(A + B) = \lambda A + \lambda B$$

যি কোনো অশূন্য বাণী λ ৰ বাবে প্ৰমাণ কৰা যে

$$\lambda(A + B) = \lambda A + \lambda B$$

(c) Give an economic interpretation of Lagrange multiplier.

লাগ্ৰাঞ্জ গুণকৰ অৰ্থনৈতিক ব্যাখ্যা আগবঢ়োৱা।

(d) Define vector space with example.

উদাহৰণসহ সশিষ্ট স্থানৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(Turn Over)

22A/1098

(6)

(e) Find the norm of the following matrix:

তলত দিয়া মৌলিককটোৰ মানক উক্তিওৱা :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 6 \\ 6 & 4 & 12 \\ 5 & 3 & 10 \end{bmatrix}$$

(f) Define intertemporal equilibrium.

আন্তঃসাময়িক ভাৰসাম্যৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(g) Find the rank of the following matrix:

তলৰ মৌলিককটোৰ অনুস্থিতি নিৰ্ণয় কৰা :

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -3 \\ 15 & 9 \end{bmatrix}$$

(h) Define homothetic function with example.

উদাহৰণসহ সমকোণ বকলনৰ সংজ্ঞা দিয়া।

3. Answer the following questions (any four) :

5×4=20

তলত দিয়া প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া (বি কোনো চাৰিটি) :

(a) Prove that

প্ৰমাণ কৰা যে

$$N(AB) \leq N(A)N(B)$$

22A/1098

(Continued)

(7)

(b) Evaluate the following determinant :

তলত দিয়া নিৰ্ধাৰকটোৰ মান নিৰ্ণয় কৰা :

$$\begin{vmatrix} x & 5 & 0 \\ 3 & y & 2 \\ 9 & -1 & 8 \end{vmatrix}$$

(c) Find the extreme value of the following function :

তলত দিয়া বকলনটোৰ সৰ্বম মান নিৰ্ণয় কৰা :

$$Z = x^2 + xy + 2y^2 + 3$$

(d) Find $A^2 - 5A + 7I$ from the following matrix :

তলত দিয়া মৌলিককৰ পৰা $A^2 - 5A + 7I$ নিৰ্ণয়

কৰা :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$$

(e) Determine whether the following function is homogeneous. If so, of what degree?

তলত দিয়া বকলনটো সমকোণ বকলন হয় নে নহয়, নিৰ্ণয় কৰা। যদি হয়, তেন্তে কিমান মাত্ৰাৰ?

$$f(x, y, w) = \frac{xy^2}{w} + 2xw$$

22A/1098

(Turn Over)

(8)

(f) Prove that if a function $f(x)$ is differentiable at a point $x=c$, then $f(x)$ is continuous at $x=c$.

প্রমাণ কৰা যে যদি এটা ফলন $f(x)$, $x=c$ বিন্দুত অৱকলনীয় হয়, তেন্তে ফলনটো $x=c$ বিন্দুত অবিচ্ছিন্ন হ'ব।

(g) Given $X' = [x_1 \ x_2 \ x_3]$, write out the column vector X and find XX' .

যদি $X' = [x_1 \ x_2 \ x_3]$ দিয়া থাকে, তেন্তে সাদৃশ স্তম্ভ X কি হ'ব, লিখা আৰু XX' নিৰ্ণয় কৰা।

(h) Prove that the Cobb-Douglas production function $Q = AK^\alpha L^\beta$ is a linearly homogeneous production function, if $\alpha + \beta = 1$.

প্রমাণ কৰা যে যদি $\alpha + \beta = 1$ হয়, তেন্তে ক'ব-ডগলাচৰ উৎপাদন ফলন $Q = AK^\alpha L^\beta$ এটা সৰলৰৈখিক মাত্ৰাৰ সদৃশ উৎপাদন ফলন হয়।

4. Answer the following questions (any four) :

10×4=40

তলত দিয়া প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া (যি কোনো চাৰিটা) :

(a) Solve the following simple national income model using the method of

(i) Cramer's rule and (ii) matrix inversion :

5+5=10

22A/1098

(Continued)

(9)

তলত দিয়া সৰল জাতীয় আয়ৰ আৰ্হিটো (i) ক্ৰেণ্ডাৰৰ পদ্ধতি আৰু (ii) প্ৰতিসেমীয় মৌলকক্ষৰ পদ্ধতিৰে সমাধান কৰা :

$$Y = C + I_0 + G_0$$

$$C = a + bY \quad (a > 0, 0 < b < 1)$$

(b) A price discriminating firm has the following average revenue functions :

$$P_1 = 63 - 4Q_1$$

$$P_2 = 105 - 5Q_2$$

$$P_3 = 75 - 6Q_3$$

If total cost function $C = 20 + 15Q$, then find the equilibrium outputs and equilibrium prices. 5+5=10

দৰ বিভেদীকৰণ কৰা উৎপাদন প্ৰতিষ্ঠান এটাৰ গড় আয় ফলনবোৰ তলত দিয়া হৈছে

$$P_1 = 63 - 4Q_1$$

$$P_2 = 105 - 5Q_2$$

$$P_3 = 75 - 6Q_3$$

মুঠ ব্যয় ফলনটো যদি $C = 20 + 15Q$ হয়, তেন্তে ভাৰসাম্য উৎপাদনৰ পৰিমাণ আৰু ভাৰসাম্য দৰ উলিওৱা।

(c) A monopolist produces his product in two different plants and his total cost (TC) function of the two plants are given by

$$TC_1 = 10 - 2Q_1 + Q_1^2$$

$$TC_2 = 15 - 6Q_2 + 2Q_2^2$$

22A/1098

(Turn Over)



(10)

If the average revenue (AR) function is given by $AR = 50 - 2Q$, then find—

- (i) profit maximizing outputs;
(ii) maximum profit.

$$5+5=10$$

একন একচেতীয়া বিক্রয়তই দুটা ভিন্ন প্রকল্পত উৎপাদন করা সামগ্রীর ব্যয় (TC) ফলন হ'ল

$$TC_1 = 10 - 2Q_1 + Q_1^2$$
$$TC_2 = 15 - 6Q_2 + 2Q_2^2$$

যদি গড় আয় $AR = 50 - 2Q$ হয়, তেজে—

- (i) সর্বোচ্চ লাভ অর্জনকারী উৎপাদনের পরিমাণসমূহ;
(ii) সর্বোচ্চ লাভ নির্ণয় করা।

- (d) For each $F(x, y) = 0$ use the implicit function rule to find $\frac{dy}{dx}$: $5+5=10$

অন্তর্নিহিত ফলনের নিয়ম প্রয়োগ করি তলত দিয়া প্রতিটি

$F(x, y) = 0$ ফলনের পরা $\frac{dy}{dx}$ নির্ণয় করা :

(i) $F(x, y) = y - 6x + 7 = 0$

(ii) $F(x, y) = 3x^2 + 2xy + 4y^3 = 0$

- (e) Solve the following differential equation :

তলত দিয়া অবকলনীয় সমীকরণগুলো সমাধান করা :

$$\frac{dy}{dt} + 4y = 12, \quad y(0) = 2$$

22A/1098

(Continued)

(11)

- (f) Solve the following first-order difference equation :

তলত দিয়া প্রথম-ক্রমের ভেদ সমীকরণগুলো সমাধান করা :

$$y_{t+1} - 5y_t = 1, \quad y(0) = \frac{7}{4}$$

- (g) The consumer's utility function and budget constraint are given as follows :

$$U = 18xy + 9y \quad \text{subject to } 6x + 3y = 15$$

Find out optimum purchase of x and y which will maximize the utility of the consumer.

উপভোক্তার উপযোগিতা ফলন আৰু বাজেট প্রতিবেকক কন্ডাৰয়ে তলত দিয়া আছে :

$$U = 18xy + 9y \quad \text{সাপেক্ষে } 6x + 3y = 15$$

উপভোক্তার উপযোগিতা সর্বাধিক হোবার ব্যবে x আৰু y সামগ্রীর ক্রয় কিমান হ'ব লাগিব, নির্ণয় করা।

- (h) A producer's cost function (C) and production function (Q) are given below. Find the optimum combination of inputs [labour (L) and capital (K)] in order to minimize the cost of production

$$C = 2L + 4K \quad \text{subject to } Q = 8L^{\frac{1}{4}}K^{\frac{3}{4}} = 64$$

22A/1098

(Turn Over)

এজন উৎপাদকৰ বায় ফলন (C) আৰু উৎপাদন ফলন (Q) তলত দিয়া হৈছে। বায় সৰ্বনিম্ন কৰাৰ বাবে উৎপাদনৰ উপাদান (শ্ৰম (L) আৰু মূলধন (K))ৰ সৰ্বোত্তম সংমিশ্ৰণ কি হ'ব, নিৰ্ণয় কৰা :

$$C = 2L + 4K \quad \text{সাপেক্ষে} \quad Q = 8L^{\frac{1}{2}} K^{\frac{1}{2}} = 64$$

- (i) Find equilibrium income (\bar{Y}), consumption (\bar{C}) and tax revenue (\bar{T}) from the following simple national income model :

তলত দিয়া সৰল জাতীয় আয়ৰ আৰ্হিৰ পৰা তাবসাম্য আয় (\bar{Y}), ভোগ বায় (\bar{C}) আৰু কৰ বাজহ (\bar{T}) নিৰ্ণয় কৰা :

$$Y = C + I_0 + G_0$$

$$C = 200 + 0.8(Y - T)$$

$$T = 50 + 0.3Y$$

$$I_0 = 500$$

$$G_0 = 400$$

- (j) Analyze the following market model for stability :

তলত দিয়া বজাৰ আৰ্হিটোৰ সুস্থিৰতা বিশ্লেষণ কৰা :

$$Q_d = 14 - 3P$$

$$Q_s = -10 + 2P$$

$$\frac{dp}{dt} = 4(Q_d - Q_s)$$
